

**MODELO PRIMER PARCIAL (TIPO A) – 30%**

*Justifique adecuadamente sus respuestas. El parcial tiene una duración de 1h 50m.*

1. Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  **[Total: 6 pts]**

- a. Calcule  $\det A$ . Diga si la matriz es invertible. **[1 pts]**
- b. Si la matriz  $A$  es invertible, halle  $\text{Adj}(A)$  y  $A^{-1}$ . Si no lo es, exprese la en su forma de escalón reducido. **[3 pts]**
- c. Resuelva el sistema  $A\vec{x} = \vec{b}$  con  $\vec{b} = (1 \ 2 \ 3)^T$  **[2 pts]**

2. Dada la matriz  $T = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \alpha \\ 2 & -2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & \beta \\ 2 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$  **[Total: 8 pts]**

- a. Halle los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  para que el sistema  $T\vec{x} = \vec{0}$  tenga solución única y para que tenga infinitas soluciones. **[5 pts]**
- b. Para los casos en los que el sistema  $T\vec{x} = \vec{0}$  tenga infinitas soluciones, describa el conjunto de soluciones. **[3 pts]**

3. Hallar una matriz  $B$  tal que  $\text{Cof}(B) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  **[Total: 6 pts]**

4. Halle las raíces del polinomio: **[Total: 5 pts]**

$$p(\lambda) = \begin{vmatrix} 1 & \lambda & \lambda^2 & \lambda^3 \\ 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \end{vmatrix} \quad \text{Con } a \neq b \neq c; \ a, b, c \in \mathbb{R}$$

5. Demuestre cuidando la redacción y el orden de ideas: **[Total: 5 pts]**
- a. Si  $A$  y  $B$  son dos matrices tales que  $AB$  es del mismo orden que  $BA$ , entonces  $A$  y  $B$  son necesariamente matrices cuadradas del mismo orden. **[2 pts]**
  - b. Si en una matriz dos filas son iguales, el determinante es igual a cero. **[1 pts]**
  - c. Si  $BA = B$ , entonces  $(AB)^2 = AB^2$ . **[1 pts]**
  - d. Demuestre que  $A + A^T$  es una matriz simétrica. **[1 pts]**